Rezonanse indukowane grawitacyjnie

Tomasz Sowiński

Wprowadzenie

- IBB i ZBB, Phys. Rev. A **65** 063606 (2002)

  Dynamika środka masy w układzie dowolnie oddziałujących cząstek (potencjałem zależnym tylko od wzajemnej odległości) umieszczonych w dowolnym zewnętrznym potencjale harmonicznym jest zgodna z klasyczną dynamiką pojedyńczej cząstki w takim potencjale.
- dotychczas zajmowano się pułapkami obracającymi się wokół jednej z osi głównych pułapki
- całkowicie zaniedbywano wpływ pola grawitacyjnego w analizie problemu

Wprowadzenie

- IBB i ZBB, Phys. Rev. A **65** 063606 (2002)

  Dynamika środka masy w układzie dowolnie oddziałujących cząstek (potencjałem zależnym tylko od wzajemnej odległości) umieszczonych w dowolnym zewnętrznym potencjale harmonicznym jest zgodna z klasyczną dynamiką pojedyńczej cząstki w takim potencjale.

- dotychczas zajmowano się pułapkami obracającymi się wokół jednej z osi głównych pułapki
- całkowicie zaniedbywano wpływ pola grawitacyjnego w analizie problemu
  - TS i IBB, quant-ph/040970

    przekrzywiona oś obrotu = dodatkowe efekty
  - IBB

    przekrzywiona oś obrotu + grawitacja = rezonanse

Trochę mechaniki klasycznej...

- hamiltonian ($m = 1$)

$$\mathcal{H}(t) = \frac{\mathbf{p}^2}{2} + \frac{1}{2}\mathbf{r}\hat{V}(t)\mathbf{r} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2} + \mathbf{r}\hat{\Omega}\mathbf{p} + \frac{1}{2}\mathbf{r}\hat{V}\mathbf{r}$$

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V_x & 0 & 0 \\ 0 & V_y & 0 \\ 0 & 0 & V_z \end{pmatrix} \qquad \hat{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

- równania ruchu

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{p} - \hat{\Omega}\mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{p}} = -\hat{V}\mathbf{r} - \hat{\Omega}\mathbf{p} \end{cases}$$

Rozwiązania poprzez mody

- Równania ruchu w całej okazałości:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix}\mathbf{r}\\ \mathbf{p}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\hat{\Omega} & \mathbb{I} \\ -\hat{V} & -\hat{\Omega}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{r}\\ \mathbf{p}\end{pmatrix}$$

- Szukamy rozwiązań w postaci:

$$\vec{\mathcal{R}}(t) = \vec{\mathcal{R}}_0 e^{i\omega t} \qquad \vec{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix}\mathbf{r}\\ \mathbf{p}\end{pmatrix}$$

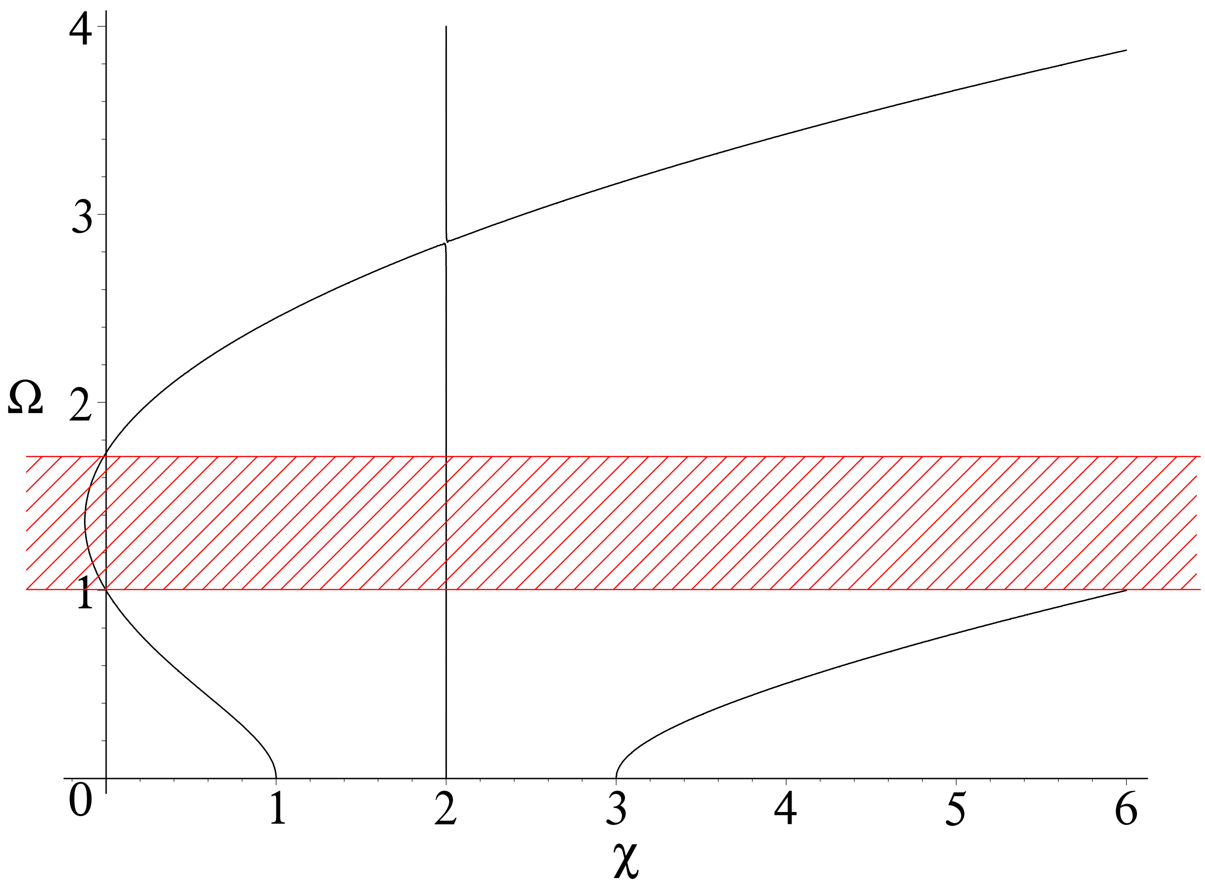
- Równanie na częstości własne ($\vec{\Omega} = \Omega\vec{n}$)

$$\boxed{\omega^6 + a\omega^4 + b\omega^2 + c \quad = \quad 0} \qquad \chi = \omega^2$$

gdzie parametry a, b, c są funkcjami orientacji pułapki $\vec{n}$ i prędkości jej obrotu Ω.

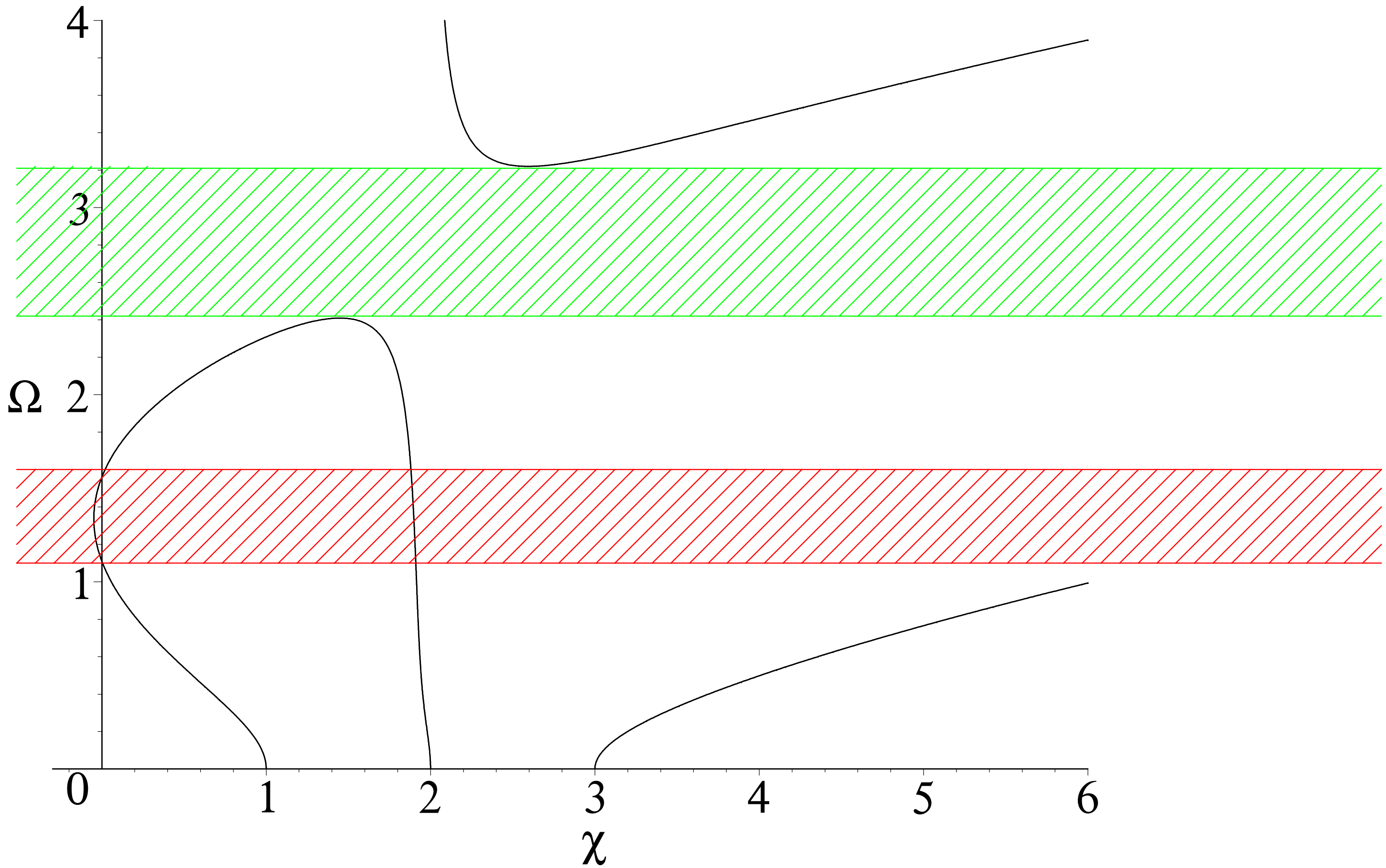
Przypadek dwuwymiarowy

$V_x = 3$, $V_z = 2$, $V_y = 1$ $\vec{\Omega} = (0, 0, \Omega)$



Dowolne ustawienie osi obrotu

$V_x = 3$, $V_y = 2$, $V_z = 1$ $\qquad\qquad \vec{\Omega} = \frac{\Omega}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$



Rezonansowy wpływ grawitacji

- Jak powstaje rezonans?

Rezonansowy wpływ grawitacji

- Jak powstaje rezonans?

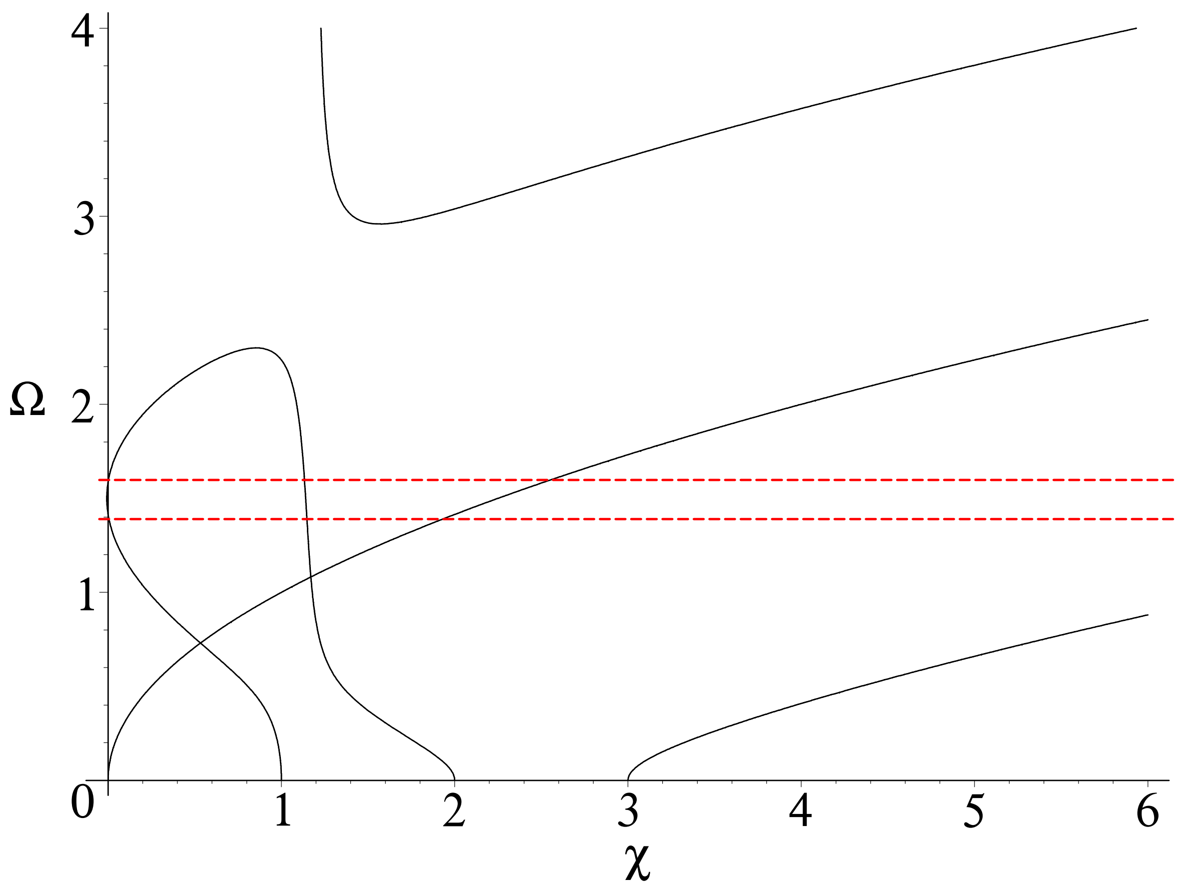
$$\begin{tikzcd} \text{prędkość pułapki } \Omega \arrow[d] \\ \text{częstości własne } \omega \arrow[d] \\ \text{częstość rezonansowa } \omega = \Omega \arrow[uu, bend left] \end{tikzcd}$$

- Warunek rezonansu

$$\omega(\Omega) = \Omega$$

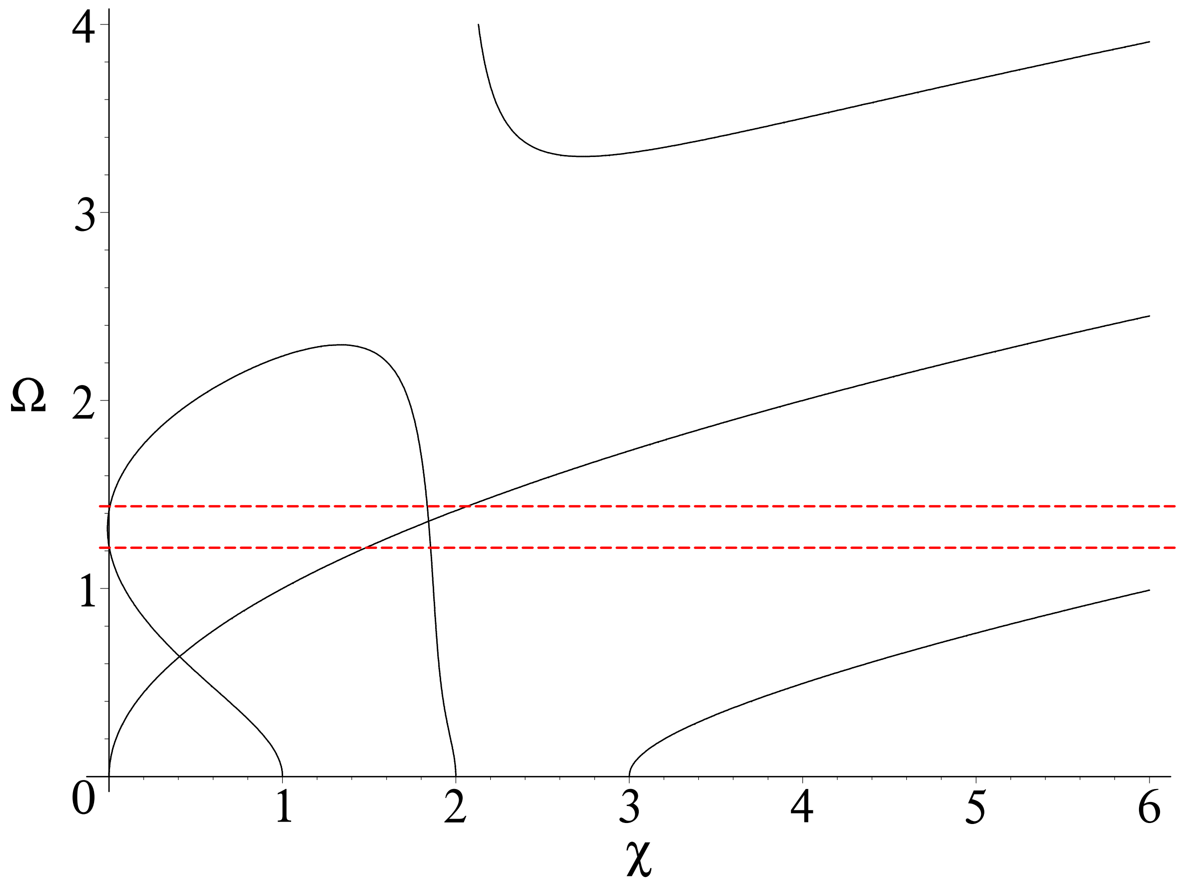
Punkty rezonansowe

$V_x = 3,\ V_y = 2,\ V_z = 1$ $\qquad$ $n_x = \cos(\frac{2\pi}{5}),\ n_y = 0,\ n_z = \sin(\frac{2\pi}{5})$



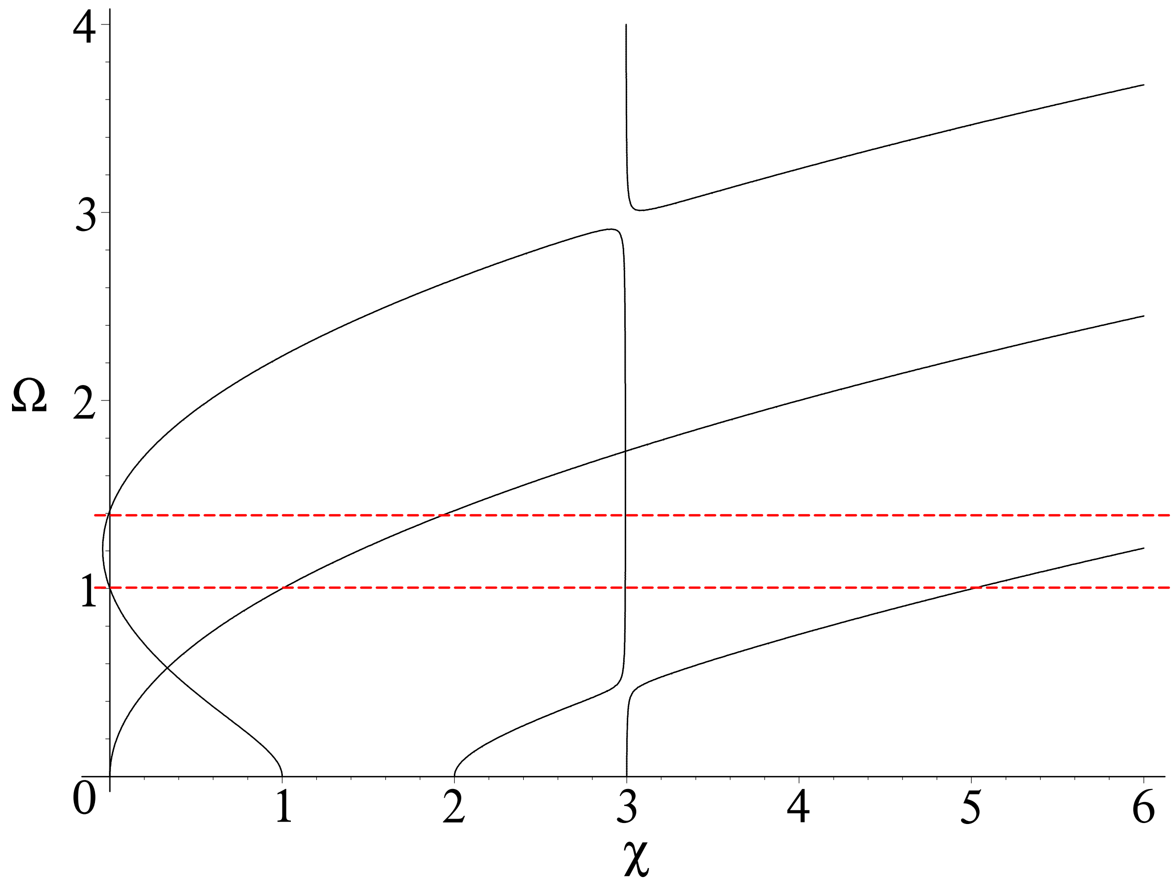
Punkty rezonansowe

$V_x = 3$, $V_y = 2$, $V_z = 1$ $\qquad$ $n_x = \cos(\frac{\pi}{4})$, $n_y = 0$, $n_z = \sin(\frac{\pi}{4})$



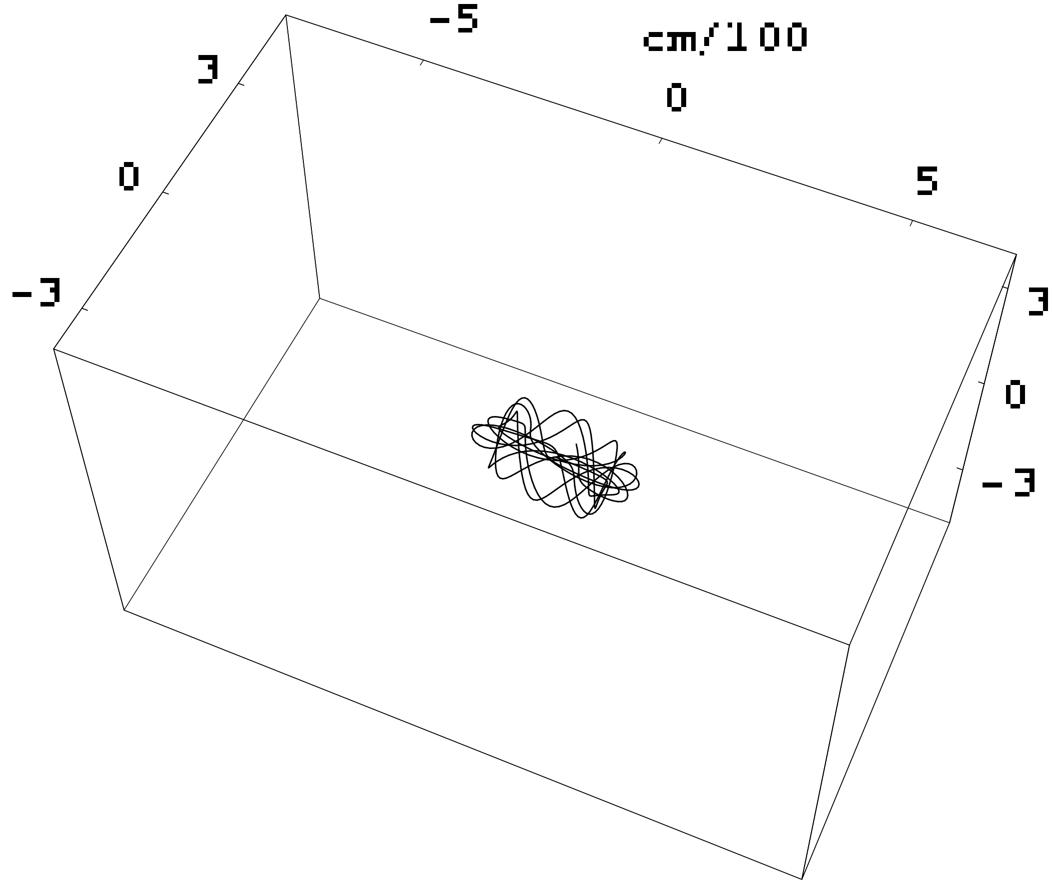
Punkty rezonansowe

$V_x = 3,\ V_y = 2,\ V_z = 1 \qquad n_x = \cos(\frac{\pi}{60}),\ n_y = 0,\ n_z = \sin(\frac{\pi}{60})$



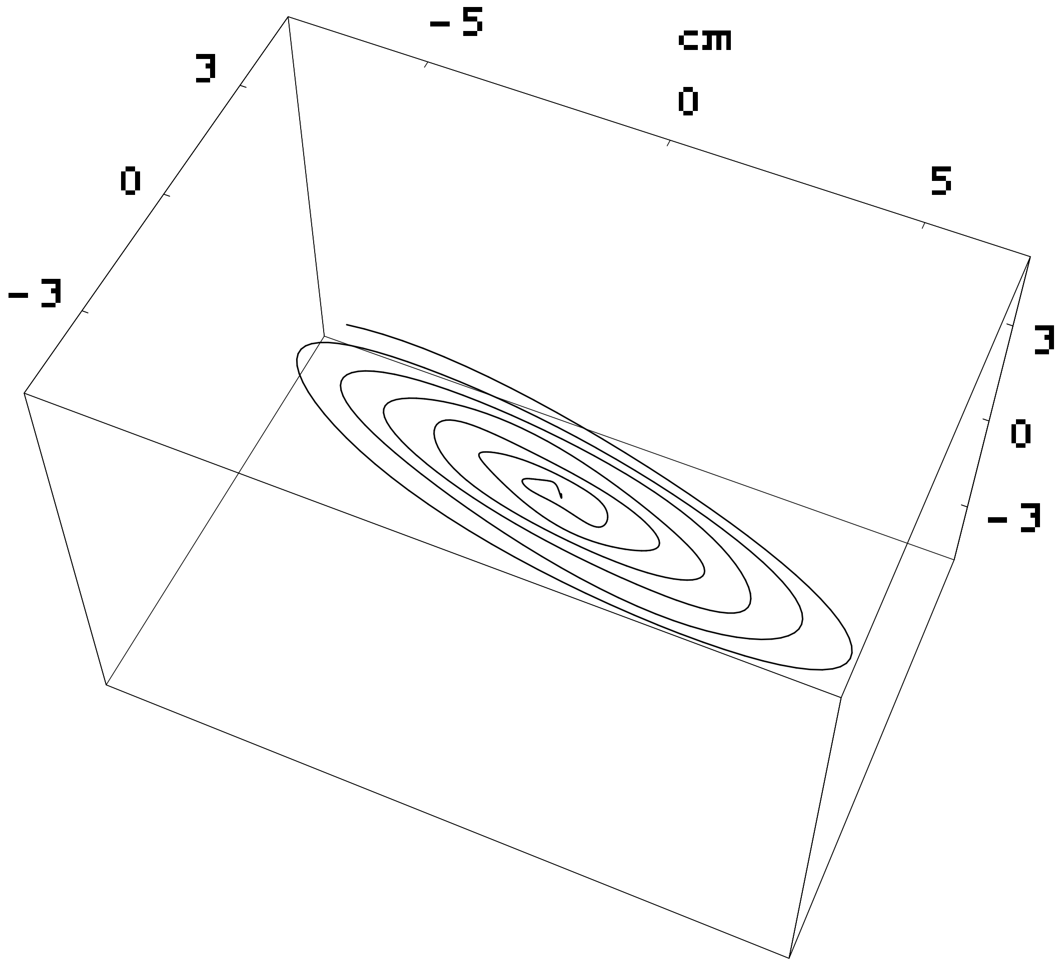
Trajektoria cząstki

Pole grawitacyjne WYŁĄCZONE



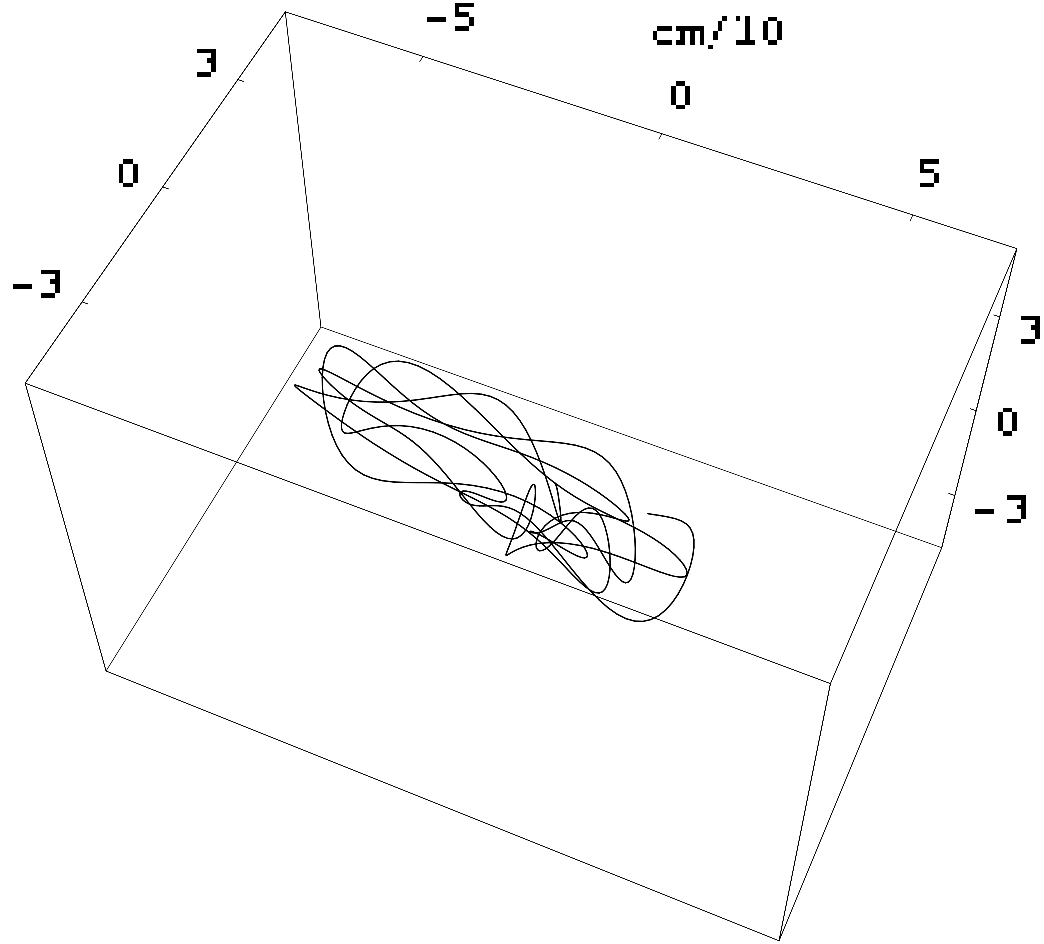
Trajektoria cząstki

Rezonans grawitacyjny



Trajektoria cząstki

W pobliżu częstości rezonansowej



Podsumowanie

- Dynamika w obracającym się potencjale harmonicznym diametralnie zależy od ustawienia osi jej obrotu
- w ogólności istnieją dwa różne obszary niestabilności układu o odmiennym charakterze dynamiki
- grawitacja w pewnych warunkach może rezonansowo destabilizować dynamikę układu